



Pewarnaan Graf pada Peta Kabupaten Pesisir Selatan dengan Algoritma Welch-Powell

(*Graph Coloring on Pesisir Selatan Regency Map Using the Welch-Powell Algorithm*)

Nailul Yuni Permataputri^{1*}

¹ Pendidikan Matematika, Fakultas Sains Teknologi dan Pendidikan, Universitas Tamansiswa Padang – Jl. Tamansiswa No. 9 Kota Padang, Sumatera Barat, 25138

* email penulis korespondensi: nailuyuni@gmail.com

Abstrak

Pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Pesisir Selatan dapat dioptimalkan dengan menggunakan teori graf. Metode yang dapat diaplikasikan pada pewarnaan peta adalah pewarnaan titik dengan menggunakan Algoritma *Welch-Powell*. Pewarnaan titik adalah pemberian warna pada setiap titik, sehingga setiap titik yang bertetangga memiliki warna yang berbeda. Pewarnaan ini bukan hanya sekedar memberikan warna yang berbeda pada setiap wilayah, tetapi menentukan jumlah warna yang optimal pada pewarnaan tersebut. Pada penelitian ini diperoleh bilangan khromatik nya 3, yaitu merah, hijau dan biru.

Kata kunci: Graf; Pewarnaan Graf; Algoritma *Welch-Powell*.

Abstract

The coloring on the map of Pesisir Selatan Regency can be optimized using graph theory. The method that can be applied to map coloring is vertex coloring using the Welch-Powell Algorithm. Vertex coloring is the assignment of color to each vertex, such that each adjacent vertices has a different color. This coloring is not just giving a different color to each area, but determining the optimal number of colors in the coloring. In this study, the chromatic number obtained is 3, namely red, green and blue.

Keywords: *Graph; Graph Coloring; Welch-Powell Algorithm.*

Cara mengutip dengan APA 7 style: Permataputri, Nailul Yuni. (2025). Pewarnaan Graf pada Peta Kabupaten Pesisir Selatan dengan Algoritma Welch-Powell. *JEM: Jurnal Edumatika (Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Matematika)*, 2(1), 130-137. <https://ojs.unitas-pdg.ac.id/index.php/edumatika/issue/view/125>.

PENDAHULUAN

Pewarnaan graf merupakan salah satu materi pada teori graf yang memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan nyata. Pewarnaan graf memiliki tiga jenis pewarnaan yaitu pewarnaan titik/simpul, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah (A.W. Bustan, 2019). Pewarnaan graf adalah pemberian warna pada setiap simpul, sehingga tidak terdapat dua simpul yang bertetangga yang memiliki warna yang sama. Mewarnai graf tidak hanya sekedar memberikan warna pada simpul-simpul dengan warna yang berbeda dengan warna simpul tetangganya saja, namun dalam mewarnainya juga menginginkan jumlah jenis warna yang minimal atau yang paling sedikit (Munir).

Banyak permasalahan yang mempunyai karakteristik seperti pewarnaan graf.

Beberapa penerapan teori pewarnaan graf yang dapat ditemui diantaranya membuat jadwal, pemetaan, penentuan frekuensi untuk radio, pencocokan pola, dan lain-lain. Masalah ini bahkan telah berkembang luas menjadi suatu permainan yang sangat terkenal di kalangan masyarakat luas, yaitu sudoku (Ardiansyah et al., 2012). Pewarnaan wilayah menjadi persoalan yang pertama kali muncul dimana setiap daerah yang berbatasan harus mempunyai warna yang berbeda sehingga mudah dibedakan (Maftukhah et al., 2020). Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Sagita Charolina Sihombing (2016) yang mengaplikasikan pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Ogan Ilir Sumatera Selatan menggunakan algoritma *Greedy*. Muthia Zalfa Jofie dkk (2021) mengaplikasikan algoritma *Greedy* untuk wilayah pada peta Kota Padang berbasis teorema empat warna. Kemudian, Muhammad Qomaruddin dkk (2022) mengaplikasikan pewarnaan graf pada peta Provinsi Jawa Barat menggunakan algoritma Welch-Powell. Algoritma *Welch-Powell* adalah salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan graf untuk mengatasi permasalahannya. Maka dari itu, peneliti mencoba mengaplikasikan pewarnaan graf pada peta Kabupaten Pesisir Selatan dengan menggunakan Algoritma *Welch-Powell*.

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah metode penelitian studi literatur. Pertama, akan dikumpulkan referensi melalui artikel ilmiah dan data wilayah Kabupaten Pesisir Selatan. Kemudian, dilakukan penentuan titik titik yang merepresentasikan kecamatan pada Kabupaten Pesisir Selatan. Selanjutnya, penelitian ini akan menggunakan metode Algoritma *Well-Powell* sehingga diperoleh suatu hasil pewarnaan dengan menggunakan warna minimal untuk peta Kabupaten Pesisir Selatan. Berikut akan diberikan landasan teori dari metode dan algoritma yang akan digunakan.

a. Graf

Suatu graf G adalah pasangan himpunan terurut $G=(V(G),E(G))$ yang terdiri dari $V(G)$ merupakan himpunan titik-titik yang tidak kosong dan $E(G)$ merupakan himpunan sisi. Suatu graf G dikatakan graf terhubung jika untuk setiap dua titik di G terdapat lintasan di G yang menghubungkan kedua titik tersebut, sedangkan suatu graf G dikatakan graf tidak terhubung jika terdapat dua titik di G yang tidak memiliki lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut. Derajat merupakan banyak sisi yang terkait pada suatu titik (Bondy, J. A., dan Murti, 1976).

Teori graf banyak mengalami perkembangan yang sangat luas, salah satu topik yang menarik untuk dikaji adalah masalah pewarnaan (Wulandari, 2015). Masalah pewarnaan grafik adalah masalah di mana simpul atau tepi yang berdekatan dalam grafik harus diwarnai dengan menggunakan warna yang berbeda (Marpaung & Ritonga, 2019).

b. Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf adalah suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf. Kata “pewarnaan” muncul karena metode ini pada awalnya digunakan untuk membantu pewarnaan peta, dimana wilayah yang berbatasan harus memiliki warna yang berbeda (Pratama, 2016). Jenis-jenis pewarnaan graf ada tiga, yaitu:

1. Pewarnaan titik

Pewarnaan titik (*vertex coloring*) adalah pemberian warna pada setiap titik (*vertex*), dimana warna pada setiap titik yang bertetangga berbeda.

2. Pewarnaan sisi

Pewarnaan sisi (*edge coloring*) merupakan pemberian warna pada setiap sisi pada graf sampai sisi-sisi yang saling berhubungan tidak memiliki warna yang sama.

3. Pewarnaan wilayah

Pewarnaan wilayah (*Region coloring*) adalah pemberian warna pada setiap wilayah di graf sehingga tidak ada wilayah yang bersebelahan memiliki warna yang sama.

Pada penelitian ini akan digunakan pewarnaan titik (*vertex coloring*). Tujuan utama pewarnaan titik pada graf adalah mendapatkan banyaknya warna minimum dari suatu graf. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai titik-titik disebut dengan bilangan khromatik (*chromatic number*) dari graf G , dinotasikan dengan $\chi(G)$ (Mahmudah & Irawati, 2018).

c. Algoritma *Welch-Powell*

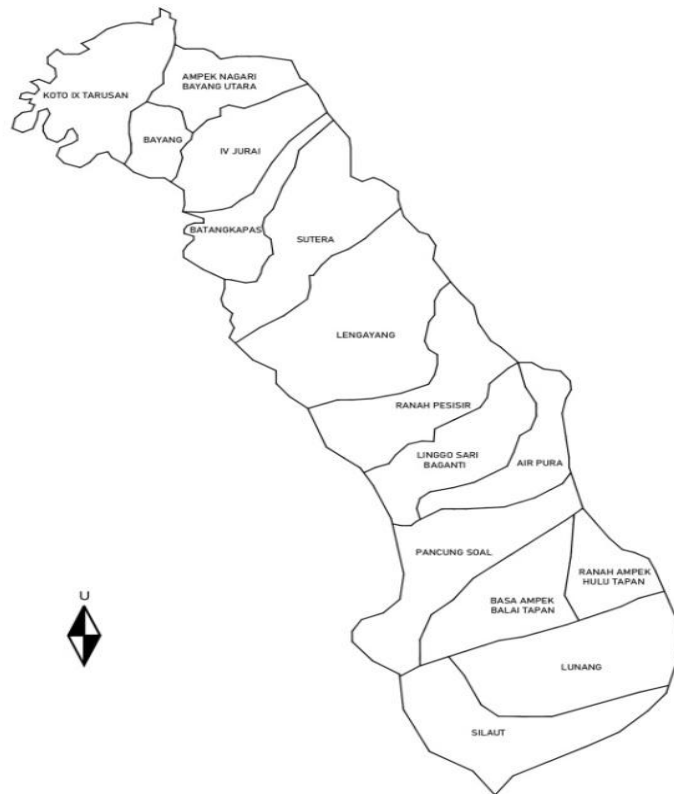
Algoritma *Welch-Powell* merupakan salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan berdasarkan derajat tertinggi dari simpul-simpulnya atau disebut *Largest Degree Ordering* (LDO). Algoritma *Welch-Powell* dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara mangkus atau efektif (Harianto & Eiva Fatdha, 2016). Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G , namun cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. Algoritma *Welch-Powell* hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde kecil, (Astuti, 2011) masalah utama dalam pewarnaan simpul adalah pencarian solusi penggunaan jumlah warna yang seminimal mungkin. Jumlah warna yang paling minimal yang digunakan untuk mewarnai graf disebut dengan bilangan khromatik. Berikut diberikan *Algoritma Welch-Powell*:

1. Urutkan simpul-simpul dari G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkin berderajat sama).
2. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan simpul pertama ini.
3. Mulai lagi dengan simpul berderajat tertinggi berikutnya didalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penggunaan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

Algoritma *Welch-Powell* tidak selalu memberikan jumlah warna minimum pada suatu pewarnaan graf, tetapi algoritma ini memberikan batas atas jumlah warna yang dapat dipakai untuk mewarnai suatu graf (Soimah & Mussafi, 2013).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kabupaten Pesisir Selatan merupakan salah satu Kabupaten yang berada di Provinsi Sumatera Barat. Kabupaten ini memiliki luas wilayah 6.046 km². Kabupaten Pesisir Selatan memiliki 15 Kecamatan dan 182 nagari. Pada Gambar 1 berikut adalah gambaran peta dari Kabupaten Pesisir Selatan.

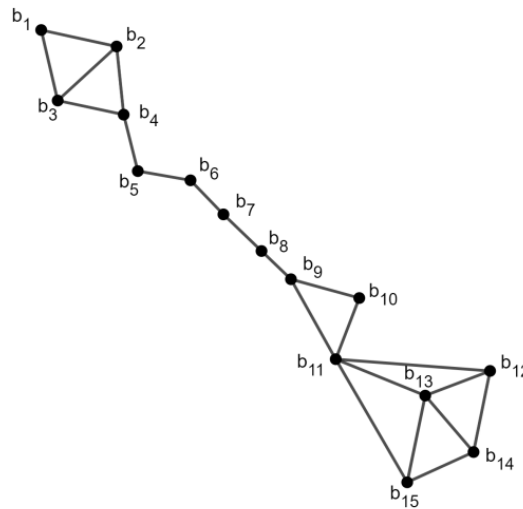


Gambar 1. Peta Kabupaten Pesisir Selatan

Tabel 1. Nama Kecamatan pada Kabupaten Pesisir Selatan

No.	Kecamatan
1.	IV Jurai
2.	IV Nagari Bayang Utara
3.	Airpura
4.	Basa Ampek Balai Tapan
5.	Batang Kapas
6.	Bayang
7.	Koto XI Tarusan
8.	Linggo Sari Baganti
9.	Lengayang
10.	Lunang
11.	Pancung Soal
12.	Ranah Ampek Hulu Tapan
13.	Ranah Pesisir
14.	Silaut
15.	Sutera

Pada Tabel 1 diatas diketahui bahwa Kabupaten Pesisir Selatan memiliki 15 Kecamatan yang akan direpresentasikan menjadi suatu graf.



Gambar 2. Graf Peta Kabupaten Pesisir Selatan

Pada Gambar 2 diatas diberikan graf untuk peta Kabupaten Pesisir Selatan, dimana titik/simpul merepresentasikan kecamatan yang ada di Kabupaten Pesisir Selatan. Jalur protocol direpresentasikan sebagai sisi (*edge*) dan kecamatan sebagai simpul/titik (*vertex*). Masing-masing kecamatan diberikan nama $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{15}$. Kemudian, pada tabel berikut ini diberikan nama titik kecamatan dan derajat pada setiap titik.

Tabel 2. Jumlah sisi berdasarkan nama Kota

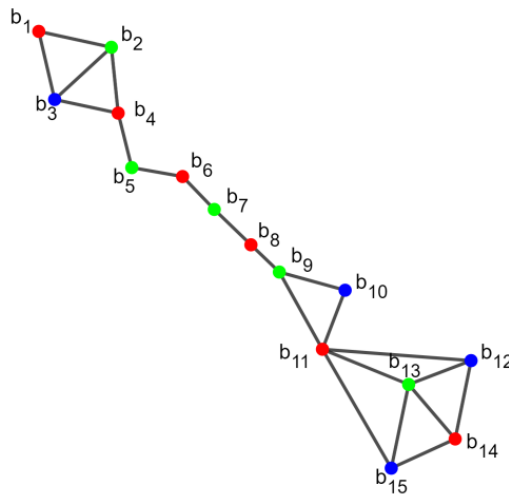
No.	Kecamatan	Nama titik	Derajat
1.	Pancung Soal	b_{11}	5
2.	Basa Ampek Balai Tapan	b_{13}	4
3.	IV Jurai	b_4	3
4.	IV Nagari Bayang Utara	b_2	3
5.	Bayang	b_3	3
6.	Linggo Sari Baganti	b_9	3
7.	Lunang	b_{14}	3
8.	Ranah Ampek Hulu Tapan	b_{12}	3
9.	Silaut	b_{15}	3
10.	Airpura	b_{10}	2
11.	Batang Kapas	b_5	2
12.	Koto XI Tarusan	b_1	2
13.	Lengayang	b_7	2
14.	Ranah Pesisir	b_8	2
15.	Sutera	b_6	2

Selanjutnya dilakukan pewarnaan pada Graf Peta Kabupaten Pesisir Selatan dengan Algoritma *Welch-Powell*, sebagai berikut :

1. Tentukan derajat setiap titik pada Graf Peta Kabupaten Pesisir Selatan, kemudian diurutkan dari derajat tertinggi hingga terendah seperti pada Tabel 2.
2. Warnai titik dengan derajat yang tertinggi dengan warna pertama yaitu titik b_{11} dengan warna merah.
3. Warnai titik lain yang tidak bertetangga dengan titik b_{11} dengan warna merah yaitu titik b_{14}, b_8, b_6, b_4 , dan b_1 .

4. Warnai titik dengan derajat tinggi selanjutnya yaitu titik b_{13} dengan warna hijau.
5. Kemudian, warnai titik lain yang tidak bertetangga dengan titik b_{13} dengan warna hijau yaitu titik $b_9, b_7, b_5,$ dan b_2 .
6. Titik dengan derajat tertinggi setelahnya adalah titik b_3 , warnai titik ini dengan menggunakan warna biru.
7. Titik yang belum diwarnai adalah titik $b_{10}, b_{12},$ dan b_{15} . Oleh karena ketiga titik ini tidak bertetangga dengan titik b_3 , maka berikan warna yang sama dengan titik b_{13} yaitu warna biru.

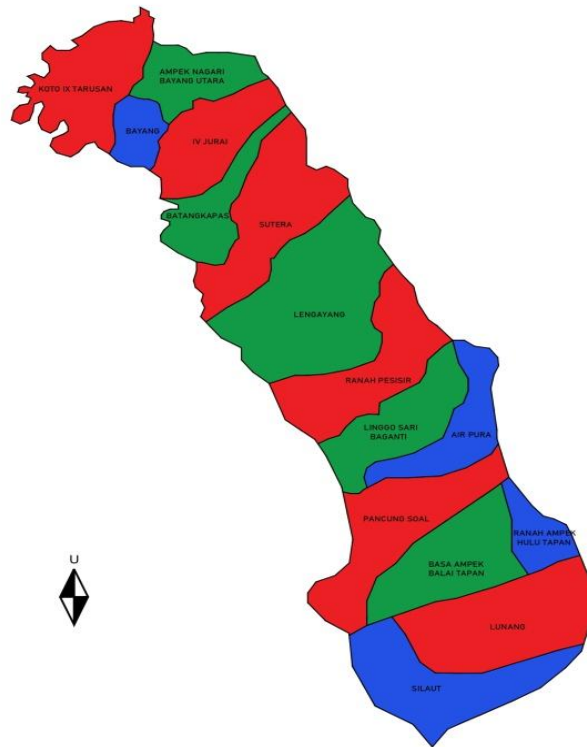
Hasil pewarnaan titik pada graf Peta Kabupaten Pesisir Selatan dapat dilihat pada Gambar 3 berikut ini.



Gambar 3. Pewarnaan titik pada graf Peta Kabupaten Pesisir Selatan

Berdasarkan hasil yang didapatkan untuk pewarnaan titik dengan menggunakan Algoritma *Welch-Powell*, diperoleh bilangan khromatik $\chi(G) = 3$. Hal ini berarti bahwa dibutuhkan tiga warna yaitu merah, hijau, dan biru untuk mewarnai peta Kabupaten Pesisir Selatan, sehingga tidak terdapat kecamatan yang berbatasan dengan kecamatan lainnya yang berwarna sama.

Berikut ini diberikan gambar Peta Kabupaten Pesisir Selatan yang telah diwarnai dengan 3 warna.



Gambar 4. Pewarnaan Peta Kabupaten Pesisir Selatan

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa teori graf dapat digunakan untuk pewarnaan pada peta suatu wilayah. Pewarnaan peta ini dapat berguna untuk dapat membedakan setiap kecamatan, kota atau wilayah yang bertetangga. Pada penelitian ini diperoleh bilangan khromatik $\chi(G) = 3$. Sehingga, dengan menggunakan tiga warna berbeda maka tidak terdapat kecamatan yang bertetangga dengan warna yang sama. Untuk pewarnaan yang digunakan adalah warna merah, hijau dan biru. Selanjutnya peneliti menyarankan untuk penelitian lanjutannya adalah penggunaan pewarnaan graf pada suatu kabupaten, kota dan wilayah lainnya dengan menggunakan algoritma berbeda.

DAFTAR RUJUKAN

- A.W. Bustan, M. R. S. (2019). Penerapan Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma Welch Powell untuk Menentukan Jadwal Bimbingan Mahasiswa. *Jurnal THEOREMS: The Original Research of Mathematics*, 4(1).
- Ardiansyah, Efendi, F., Pinto, M., Pujiyanto, & Tempake, H. (2012). Implementasi Algoritma Greedy Untuk Melakukan Graph Coloring: Studi Kasus Peta Propinsi Jawa Timur. *Jurnal Informatika*, 4(2), 440–448. <http://www.jogjapress.com/index.php/JIFO/article/view/328>.
- Astuti, S. (2011). Penyusunan Jadwal Mata Kuliah dengan Algoritma Pewarnaan Graf Welch Powell. *J. Dian*, 11(1), 68–74.

- Bondy, J. A., dan Murti, U. S. R. (1976). Graph Theory with Application. *The Macmillan Press LTD, Lomdon Dan Basingtoke*.
- Hariato, K., & Eiva Fatdha, T. S. (2016). Penerapan Pewarnaan Simpul Graf untuk Menentukan Jadwal Ujian Skripsi pada STMIK Amik Riau Menggunakan Algoritma Welch-powell. *SATIN - Sains Dan Teknologi Informasi*, 1(2), 48–54. <https://doi.org/10.33372/stn.v1i2.27>.
- Maftukhah, U., Amiroch, S., & Pradana, M. S. (2020). Implementasi Algoritma Greedy Pada Pewarnaan Wilayah Kecamatan Sukodadi Lamongan. *Unisda Journal of Mathematics and Computer Science (UJMC)*, 6(2), 29–38. <https://doi.org/10.52166/ujmc.v6i2.2391>.
- Mahmudah, M., & Irawati, T. N. (2018). Aplikasi Pewarnaan Graf terhadap Pembuatan Jadwal Ujian Semester di Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Islam Jember. *Kadikma*, 7(2), 12–21.
- Marpaung, F., & Ritonga, A. (2019). Application of graf coloring for optimization of traffic light settings in Medan. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188, 4–11. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012012>.
- Munir, R. (n.d.). *Matematika Diskrit* (Edisi Keti). informatika : Bandung, Indonesia.
- Pratama, F. A. (2016). *Aplikasi Pewarnaan Graf dalam Penyelesaian Open-Shop Scheduling Sederhana*.
- Qomaruddin, M., Bismi, W., & Hariyanto, D. (2022). Pewarnaan Graf Pada Peta Provinsi Jawa Barat Menggunakan Algoritma Welch-Powell. *Jurnal Sistem Dan Teknologi Informasi (JustIN)*, 10(2), 258. <https://doi.org/10.26418/justin.v10i2.53829>.
- Sihombing, S. C. (2016). Pewarnaan Wilayah (Region Coloring) . *Sainmatika*, 13(1), 60–77.
- Soimah, A. M., & Mussafi, N. S. M. (2013). Pewarnaan Simpul Dengan Algoritma Welch-Powell Pada Traffic Light Di Yogyakarta. *Jurnal Fourier*, 2(2), 73. <https://doi.org/10.14421/fourier.2013.22.73-79>.
- Wulandari, N. I. (2015). *Digital Repository Universitas Jember*.
- ZALFA JOFIE, M., BAHRI, S., & IQBAL BAQI, A. (2021). Aplikasi Algoritma Greedy Untuk Pewarnaan Wilayah Pada Peta Kota Padang Berbasis Teorema Empat Warna. *Jurnal Matematika UNAND*, 9(4), 294. <https://doi.org/10.25077/jmu.9.4.294-301.2020>.